



N° 13-604-MIF au catalogue — N° 42

ISSN: 1707-1844

ISBN: 0-662-75118-3

Document de recherche

Compte des revenus et dépenses série technique

Méthodologie de l'indice de volume en chaîne Fisher

par Michel Chevalier

Division des comptes des revenus et dépenses
21^e étage, Immeuble R.H. Coats, Ottawa, K1A 0T6

Téléphone: 1 613 951-3640



Les opinions émises par l'auteur de ce document ne reflètent pas nécessairement celles de Statistique Canada.



Statistique
Canada

Statistics
Canada

Canada

Méthodologie de l'indice de volume en chaîne Fisher

Le 31 mai 2001 les comptes trimestriels des revenus et dépenses ont adopté la formule de l'indice de Fisher, enchaîné trimestriellement, comme mesure officielle du produit intérieur brut réel en termes de dépenses. Cette formule a également été adoptée pour les comptes provinciaux le 31 octobre 2002.

Deux raisons ont motivé l'adoption de cette formule : fournir aux utilisateurs une mesure plus précise de la croissance du PIB réel entre deux périodes consécutives, et rendre comparable la mesure canadienne aux comptes des revenus et des produits des États-Unis, qui utilisent la formule de l'indice de Fisher en chaîne depuis 1996 pour mesurer le PIB réel.

Ottawa
Novembre 2003

N° 13-604-**MIF** n° 42 au catalogue
ISBN: 0-662-75118-3
ISSN: 1707-1844

N° 13-604-**MPF** n° 42 au catalogue
ISBN: 0-662-75117-5
ISSN: 1707-1828

Publication autorisée par le ministre responsable de Statistique Canada

© Ministre de l'Industrie, 2003

Tous droits réservés. Il est interdit de reproduire ou de transmettre le contenu de la présente publication, sous quelque forme ou par quelque moyen que ce soit, enregistrement sur support magnétique, reproduction électronique, mécanique, photographique, ou autre, ou de l'emmagasiner dans un système de recouvrement, sans l'autorisation écrite préalable des Services de concession des droits de licence, Division du marketing, Statistique Canada, Ottawa, Ontario, Canada K1A 0T6.

Le papier utilisé dans la présente publication répond aux exigences minimales de l' "American National Standard for Information Sciences" - "Permanence of Paper for Printed Library Materials", ANSI Z39.48 1984.



Table des matières

1.0 Introduction	1
2.0 Construction d'un indice et enchaînement	1
Exemple 1 : Une économie de vins et fromages	2
Exemple 2 : La production de vins et fromages sans l'effet prix.....	3
Exemple 3 : Une autre façon d'enlever l'effet prix	4
3.0 Choix de l'indice	5
4.0 Application aux Comptes des revenus et dépenses	6
Exemple 4 : Dans la pratique : la méthode de déflation	7
4.1 Les Comptes économiques financiers nationaux trimestriels et annuels	9
Niveau de détail à l'échelle nationale	9
4.2 Le problème de l'investissement en stocks	9
4.3 Les comptes provinciaux	10
Niveau de détail à l'échelle provinciale.....	10
Sources de biais entre les systèmes national et provincial	11
5.0 Le problème de la non-additivité	11
La contribution d'une série à la variation du PIB.....	12
Annexe I : Transformation des indices de Laspeyres et de Paasche	13
Annexe II : Formule de contribution à la variation en pourcentage	14
Bibliographie	17
Série technique	19

PUBLICATIONS ÉLECTRONIQUES DISPONIBLES À
www.statcan.ca



Méthodologie de l'indice de volume en chaîne Fisher

par Michel Chevalier

1.0 Introduction

La croissance du produit intérieur brut (PIB) ou de tout autre agrégat en valeur nominale peut être décomposée en deux éléments : un « effet prix », soit la part de la croissance reliée à l'inflation, et un « effet volume », qui recoupe la variation des quantités, de la qualité et de la composition de l'agrégat. L'effet volume est présenté dans les Comptes nationaux par ce que l'on appelle les séries « réelles » (comme le PIB réel).

Dans les Comptes canadiens, l'effet volume est évalué par la méthode de déflation. Cette méthode consiste à enlever l'effet prix de chaque composante faisant partie de l'agrégat, puis à agréger les composantes ainsi déflatées pour obtenir un effet volume « total ».

Il existe plusieurs façons d'agréger les composantes d'un tout dont on veut calculer l'effet volume. La théorie des indices offre une panoplie d'outils à cet effet. L'approche privilégiée par Statistique Canada depuis le printemps 2001 est celle de l'indice en chaîne de Fisher. Cette mesure est théoriquement supérieure à l'ancienne mesure Laspeyres à base fixe, en plus de rendre les données canadiennes comparables aux mesures officielles de l'activité économique des États-Unis. De plus, elle permet d'être conforme aux recommandations du Système de comptabilité nationale de 1993 (SCN 1993).¹

Les paragraphes suivants expliquent, de manière simplifiée, les méthodes dorénavant utilisées par les Comptes nationaux pour mesurer l'activité économique réelle du pays.

2.0 Construction d'un indice et enchaînement

Un agrégat donné (PIB ou autre) en valeur nominale représente une sommation de quantités évaluées dans une même unité monétaire, aux prix de la période courante. Pour prendre l'exemple du PIB, cette sommation peut s'exprimer par $PIB = \sum pq$, soit la somme de toutes les quantités de biens et services transigés dans l'économie, multipliées par leurs prix respectifs. La variation du PIB nominal, entre une période o et une période t , peut donc être exprimée, sous forme indicielle², par :

$$(1) \quad \Delta PIB_{t/o} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_o q_o}$$

où :

- $\Delta PIB_{t/o}$ est l'indice de valeur du PIB
- p_t est le prix au temps t
- p_o est le prix au temps o
- q_t est la quantité au temps t
- q_o est la quantité au temps o

¹ Système de comptabilité nationale 1993. Préparé sous les auspices du Groupe de travail intersecrétariats sur la comptabilité nationale : Commission des Communautés européennes; Fonds monétaire international; Organisation de coopération et de développement économiques; Nations Unies; Banque Mondiale. Bruxelles/Luxembourg, New York, Paris, Washington, D.C., 1993.

² C'est-à-dire en mettant en rapport la grandeur de la période courante à la grandeur d'une période précédente.

L'Exemple 1 : Une économie de vins et fromages, montre un calcul de l'indice de valeur d'un PIB.

La variation donnée par cette formule peut théoriquement être divisée en une variation des prix et une variation des quantités. S'il existait un « prix moyen » du PIB, on pourrait tout simplement diviser la variation du PIB (donnée par l'équation (1)) par ce prix moyen pour obtenir la variation moyenne des quantités. La plupart du temps dans les comptes nationaux, un tel prix moyen n'existe pas. La variation totale des quantités ne peut donc être calculée qu'en faisant la somme des variations de quantités dans l'économie.

Exemple 1 : Une économie de vins et fromages...

Dans une économie insulaire où il n'y aurait que du vin et du fromage, nous trouvons le portrait suivant de la production des quatre derniers trimestres :

		T1	T2	T3	T4
Fromage (kilogrammes)	q	100	105	108	112
	p	15	16	18	20
	v	1 500	1 680	1 944	2 240
Vin (litres)	q	25	30	38	50
	p	22	20	16	12
	v	550	600	608	600
Total PIB	v	2 050	2 280	2 552	2 840

Dans cette économie, la quantité de fromage produite augmente de manière régulière, de même que son prix. Par contre, la quantité de vin produite augmente très rapidement alors que son prix baisse de façon marquée.

Quelle serait la croissance du PIB nominal entre, disons, T1 et T3? Le calcul de l'indice de l'équation (1) nous fournit la réponse :

$$\Delta PIB_{T3/T1} = \frac{\sum p_{T3}q_{T3}}{\sum p_{T1}q_{T1}} = \frac{(108 \times 18) + (38 \times 16)}{(100 \times 15) + (25 \times 22)} = \frac{2552}{2050} = 1,245$$

La croissance de l'économie, en termes nominaux, sera donc de 24,5 % entre les trimestres T1 et T3 (on obtient la croissance en pourcentage en soustrayant 1 du rapport donné par l'indice et en multipliant par 100).

Ce calcul peut être effectué pour toutes les périodes par rapport à T1. À la fin, on obtient un indice couvrant les quatre périodes :

		T1	T2	T3	T4
ΔPIB	i	1,000	1,090	1,245	1,385

Quelle serait la croissance entre les périodes T3 et T4? Cette fois, le rapport des indices en T3 et T4 nous fournit la réponse :

$$\Delta PIB_{T4/T3} = \frac{1,385}{1,245} = 1,112$$

La croissance sera donc de 11,2 % entre les périodes T3 et T4.

Or, faire une telle somme est problématique du fait que l'on ne peut additionner des quantités dont les unités sont physiquement différentes, comme par exemple des voitures et des téléphones, voire deux différents modèles de voiture. Les quantités doivent donc être réévaluées selon une unité commune. Dans une économie monétisée, le plus simple est d'exprimer les quantités en termes monétaires : une fois évaluées, c'est-à-dire multipliées par des prix, les quantités peuvent être aisément agrégées.

Une forme intuitive de mesurer les variations de quantité à travers le temps est de prendre les prix disponibles à une période donnée et de multiplier les quantités des périodes subséquentes par ces mêmes prix. Il s'agit en fait de réévaluer les quantités courantes à des prix fixes dans le temps, ce qui a pour effet d'« enlever » l'effet prix. En termes mathématiques, on retrouve ainsi la formule de l'indice de Laspeyres à base fixe :

$$(2) \quad LQ_{t/o} = \frac{\sum p_o q_t}{\sum p_o q_o}$$

où : $LQ_{t/o}$ est l'indice de quantité de Laspeyres
 p_o est le prix en temps o
 q_t est la quantité au temps t
 q_o est la quantité au temps o

L'unique différence d'avec l'équation (1) se trouve au numérateur, où les quantités au temps t sont multipliées cette fois par les prix du temps o . Une application de cette formule est illustrée à l'Exemple 2 : *La production de vins et fromages sans l'effet prix*.

Il est évident qu'avec une telle formulation, les résultats dépendent fortement de la structure des prix au moment o . S'il s'avère que cette structure change avec le temps, par exemple par suite de la chute du prix d'une composante comparativement aux autres, l'indice de l'équation (2) devient éventuellement biaisé du fait qu'il dépend alors d'une structure de prix devenue désuète.

Une façon de contourner ce genre de problème est de mettre à jour périodiquement la base de pondération de manière à la rapprocher de la période courante. Cette technique a été utilisée par le passé dans le Système des comptes nationaux (SCN), alors que les séries réelles étaient rebasées à tous les cinq ou six ans afin de refléter les changements dans la structure des prix.

Exemple 2 : La production de vins et fromages sans l'effet prix...

Toujours dans notre économie de vins et fromages, nous voulons cette fois évaluer l'augmentation du PIB, entre les périodes T1 et les périodes T2, T3 et T4, excluant l'effet prix. Dans notre tableau de bord de l'économie, nous nous servons cette fois des prix en T1 comme « prix fixes » :

		T1	T2	T3	T4
Fromage (kilogrammes)	q	100	105	108	112
	p	15	16	18	20
	v	1 500	1 680	1 944	2 240
Vin (litres)	q	25	30	38	50
	p	22	20	16	12
	v	550	600	608	600
Total PIB		2 050	2 280	2 552	2 840

En appliquant l'équation (2), on obtient, pour la croissance entre T1 et T3 :

$$LQ_{T3/T1} = \frac{\sum p_{T1} q_{T3}}{\sum p_{T1} q_{T1}} = \frac{(108 \times 15) + (38 \times 22)}{(100 \times 15) + (25 \times 22)} = \frac{2456}{2050} = 1,198$$

La croissance du PIB réel est de 19,8 % entre T1 et T3. L'indice peut être calculé pour toutes les périodes, toujours en se servant de T1 comme base :

		T1	T2	T3	T4
$LQ_{t/T1}$	i	1,000	1,090	1,198	1,356

Cette fois, la croissance entre les périodes T3 et T4, excluant l'effet prix, est de 13,2 % :

$$\Delta LQ_{T4/T3} = \frac{1,356}{1,198} = 1,132$$

À noter que cette croissance du PIB réel entre T3 et T4 est supérieure à celle du PIB nominal, qui est de 11,2 %. Selon l'indice de Laspeyres à base fixe, le prix implicite du PIB, soit l'indice du PIB nominal divisé par l'indice du PIB réel (on l'appelle aussi le niveau général des prix), a donc baissé entre T3 et T4.

Il peut arriver toutefois que la structure des prix se mette à changer plus rapidement qu'à l'habitude. La base de pondération devient alors rapidement désuète, au point où il peut devenir nécessaire d'accélérer la fréquence du rebasement. Ultimement, la base de pondération peut être déplacée systématiquement de période en période, de sorte qu'elle soit définie comme étant la période précédant la période courante :

$$(3) \quad LQ_{t/t-1} = \frac{\sum p_{t-1}q_t}{\sum p_{t-1}q_{t-1}}$$

où l'on retrouve, en place du p_o de l'équation (2), p_{t-1} . Cet indice « à base mobile » donne, pour la période courante t , la croissance du volume pondérée selon les prix de $t-1$. Il intègre, en quelque sorte, la fréquence du rebasement, ce qui élimine le côté arbitraire d'un rebasement effectué seulement au besoin.

Exemple 3 : Une autre façon d'enlever l'effet prix

Dans l'exemple précédent, la croissance du PIB réel entre T3 et T4 était évaluée en se servant des prix de T1. Or, on peut constater qu'avec le temps, la structure des prix de notre économie insulaire change : le litre de vin, plus cher que le kilogramme de fromage en T1, devient moins cher que celui-ci à partir de T3. Nous mesurerons cette fois la croissance entre T3 et T4 en se servant des prix en T3 comme base.

		T1	T2	T3	T4
Fromage (kilogrammes)	q	100	105	108	112
	p	15	16	18	20
	v	1 500	1 680	1 944	2 240
Vin (litres)	q	25	30	38	50
	p	22	20	16	12
	v	550	600	608	600
Total PIB		2 050	2 280	2 552	2 840

En appliquant l'équation (3), on obtient :

$$LQ_{T4/T3} = \frac{\sum p_{T3}q_{T4}}{\sum p_{T3}q_{T3}} = \frac{(112 \times 18) + (50 \times 16)}{(108 \times 18) + (38 \times 16)} = \frac{2816}{2552} = 1,103$$

La croissance du PIB réel est maintenant évaluée à 10,3 % entre T3 et T4, plutôt qu'à 13,1 % avec l'indice Laspeyres à base fixe. Que s'est-il passé? C'est que les variations de quantités dans l'exemple précédent étaient évaluées selon une structure de prix différente : le passage de la production de 38 à 50 litres de vin était évaluée à 22 \$/litre, alors que dans le cas présent, cette augmentation de production est évaluée à 16 \$/litre. L'augmentation de « quantité » de vin pèse donc moins lourd lors de l'agrégation du PIB.

Quelle sera la croissance entre T1 et T3? Comme l'équation (3) ne mesure qu'une relation entre la période courante et la période précédente, il n'est pas possible de déduire cela directement à partir de cette équation. Par contre, nous pouvons multiplier les croissances successives de chaque période entre T1 et T3. Par exemple, si la croissance est de 2,3 % entre T1 et T2 et de 4,3 % entre T2 et T3, la croissance entre T1 et T3 sera de $1,023 \times 1,043 = 1,067$, donc 6,7 %. Ce calcul, semblable à celui de l'intérêt composé, illustre le principe même du chaînage. Appliquées à notre économie, les équations (3) et (4) nous donnerons :

	T1	T2	T3	T4
Indice Laspeyres non chaîné	1,000	1,090	1,091	1,103
Indice Laspeyres chaîné	1,000	1,090	1,190	1,313

La croissance entre T1 et T3 sera donc de 19,0 % :

$$\Delta LQ_{T3/T1} = \frac{1,190}{1,000} = 1,190$$

Ce genre d'indice, à l'horizon court, peut être adapté de manière à ce qu'il couvre plusieurs périodes. Les variations entre périodes successives, telles que calculées par l'équation (3) par exemple, peuvent être cumulées, c'est-à-dire multipliées entre elles à la manière d'un calcul d'intérêt composé. C'est ce que l'on appelle l'enchaînement des indices. Dans la chaîne ainsi formée, les prix utilisés pour la pondération sont des prix très récents et ne deviennent jamais obsolètes. Selon notre exemple, un indice chaîné prendrait la forme suivante :

$$(4) \quad LQ_C = \frac{\sum p_o q_1}{\sum p_o q_o} \times \frac{\sum p_1 q_2}{\sum p_1 q_1} \times \dots \times \frac{\sum p_{t-1} q_t}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} \times \dots \times \frac{\sum p_{n-1} q_n}{\sum p_{n-1} q_{n-1}}$$

où n est le nombre de périodes sur lesquelles s'étend l'indice en chaîne. L'Exemple 3 : Une autre façon d'enlever l'effet prix illustre comment une telle formule peut être utilisée.

Le Système de comptabilité nationale (1993) recommande l'utilisation d'indices en chaîne. Cette recommandation est suivie par Statistique Canada depuis le printemps 2001 pour les Comptes économiques et financiers nationaux trimestriels et depuis l'automne 2002 pour les Comptes économiques provinciaux ainsi que pour le PIB par industrie. L'enchaînement systématique permet un renouvellement continu de la base de pondération, évitant ainsi le problème de désuétude qui accompagne l'utilisation d'un indice à base fixe.

3.0 Choix de l'indice

Les exemples ci-dessus réfèrent à un indice de type Laspeyres. La théorie des indices fournit toutefois de nombreux autres indices, qui diffèrent dans la façon dont sont pondérées les composantes. Par exemple, alors que les quantités de l'indice de Laspeyres sont pondérées avec les prix d'une période précédente, elles sont pondérées dans l'indice de Paasche avec les prix de la période courante :

$$(5) \quad PQ_{t/o} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_o}$$

où $PQ_{t/o}$ est l'indice de quantité de Paasche.

Cet indice est en fait la réciproque de l'indice de Laspeyres. Utilisé dans sa forme à base fixe, il présente le même problème que celui décrit plus haut, mais à l'inverse : il ne reflète pas adéquatement les changements de structure de l'économie pour les périodes antérieures. Toutefois, l'indice de Paasche peut être enchaîné de la même manière que l'indice de Laspeyres (comme dans l'équation (4)).

Il peut être démontré qu'en général, un indice de quantité de Laspeyres fera apparaître une augmentation dans le temps plus importante qu'un indice de quantité de Paasche. Cela se produit lorsque les prix et les quantités sont négativement corrélés, c'est-à-dire lorsque des biens ou des services devenus relativement plus coûteux sont remplacés par des biens et services devenus relativement moins coûteux. Cet effet de substitution, couramment observé, fait dire à la théorie économique que les indices de Laspeyres et de Paasche fixent les limites supérieures et inférieures d'un indice théorique idéal, moins biaisé.

Cet indice théorique peut être approché par un indice de type Fisher, qui représente la moyenne géométrique d'un indice de Laspeyres et de Paasche :

$$(6) \quad FQ_{t/o} = \sqrt{LQ_{t/o} \times PQ_{t/o}} = \sqrt{\frac{\sum p_o q_t}{\sum p_o q_o} \times \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_o}}$$

où $FQ_{t/o}$ est l'indice de quantité de Fisher.

En plus de sa supériorité théorique, cet indice comporte quelques propriétés souhaitables dans le cadre de la comptabilité nationale. Par exemple, il est « réversible dans le temps », c'est-à-dire que l'indice montrant la variation entre la période o et la période t est la réciproque de l'indice montrant la variation entre la période t et la période o . Une autre caractéristique intéressante est la « réversibilité des

facteurs », en vertu de laquelle le produit des indices de prix et de quantité est égal à l'indice de variation des valeurs nominales :

$$FP_{t/o} \times FQ_{t/o} = \sqrt{\frac{\sum p_t q_o}{\sum p_o q_o} \times \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_o q_t}} \times \sqrt{\frac{\sum p_o q_t}{\sum p_o q_o} \times \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_o}} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_o q_o}$$

Nous retrouvons notre indice de variation nominale de l'équation (1) et la décomposition « effet prix » et « effet quantité » évoquée au début de ce texte. Il devient dès lors aisé de trouver le prix implicite Fisher du PIB en divisant le PIB en dollars courants par le PIB réel selon la formule Fisher. Les indices de Laspeyres et de Paasche ne présentent aucune de ces deux propriétés.

Statistique Canada utilise la formule de l'indice Fisher en chaîne comme mesure du PIB réel. Une fois enchaînée à la manière de l'équation (4), l'équation (6) devient :

$$(7) FQ_C = \sqrt{\frac{\sum p_o q_1}{\sum p_o q_o} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_o}} \times \dots \times \sqrt{\frac{\sum p_{t-1} q_t}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} \times \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_{t-1}}} \times \dots \times \sqrt{\frac{\sum p_{n-1} q_n}{\sum p_{n-1} q_{n-1}} \times \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_n q_{n-1}}}$$

C'est la formule qui sert de base aux calculs du PIB réel des Comptes nationaux et provinciaux.

4.0 Application aux Comptes des revenus et dépenses

Dans la pratique, les formules exposées ci-dessus ne peuvent être utilisées telles quelles par la Division des comptes des revenus et dépenses (DCRD), étant donné l'absence de données sur les quantités et sur les niveaux de prix. Seules les séries en valeur courante (C) et leurs indices de prix correspondants (donc les prix relatifs) sont disponibles. Les formules doivent être transformées en utilisant le fait que le prix multiplié par la quantité ($p_t q_t$) équivaut à la série en dollars courants (C_t). On obtient alors des formules exprimées en termes de séries nominales (C_t) et de prix relatifs (p_t/p_{t-1} ou l'inverse). De cette façon, le Laspeyres s'écrit (à partir de l'équation (3)):

$$(8) \quad LV_{t/t-1} = \frac{\sum \left(\frac{p_{t-1}}{p_t} \right) C_t}{\sum C_{t-1}}$$

... le Paasche (à partir de l'équation (5)) :

$$(9) \quad PV_{t/t-1} = \frac{\sum C_t}{\sum \left(\frac{p_t}{p_{t-1}} \right) C_{t-1}}$$

... et enfin, le Fisher (moyenne géométrique des équations (8) et (9)):

$$(10) \quad FV_{t/t-1} = \sqrt{\frac{\sum \left(\frac{p_{t-1}}{p_t} \right) C_t}{\sum C_{t-1}} \times \frac{\sum C_t}{\sum \left(\frac{p_t}{p_{t-1}} \right) C_{t-1}}}$$

C'est cette formule, chaînée, qui est utilisée dans la pratique. Le détail des transformations peut être examiné à l'Annexe I.

Les séries n'étant plus exprimées ici en termes de quantités, on parlera alors d'indice de volume. La notion de volume est plus large que celle de quantité, puisqu'elle comprend les variations de qualité et, ultimement, les changements dans la composition de l'économie.

Exemple 4 : Dans la pratique: la méthode de déflation

Dans la pratique, les comptes nationaux ne disposent pas des prix et des quantités tels que représentés dans les exemples précédents (à quelques exceptions près). Ils disposent plutôt de séries nominales (en dollars courants) et des prix correspondants, tels qu'illustrés dans le tableau ci-dessous :

		T1	T2	T3	T4
Fromage (kilogrammes)	v	1 500	1 680	1 944	2 240
	p	15	16	18	20
Vin (litres)	v	550	600	608	600
	p	22	20	16	12
Total PIB		2 050	2 280	2 552	2 840

Dans cet exemple, le PIB réel sera calculé par l'agrégation des séries nominales « déflatées » par les séries de prix. C'est ce que l'on appelle la méthode de déflation. L'agrégation des séries pourra se faire à l'aide de l'un ou l'autre indice présenté dans le texte et exprimés en dollars courants et en prix. Par exemple, le calcul de l'indice Laspeyres de l'équation (8) entre les période T2 et T3 nous donne :

$$LV_{T3/T2} = \frac{\sum \left(\frac{p_{T2}}{p_{T3}} \right) C_{T3}}{\sum C_{T2}} = \frac{((16/18) \times 1944) + ((20/16) \times 608)}{(1680) + (600)} = \frac{2488}{2280} = 1,091$$

Le calcul de l'indice Fisher sur les mêmes périodes donnera pour sa part :

$$FV_{T3/T2} = \sqrt{\frac{\sum \left(\frac{p_{T2}}{p_{T3}} \right) C_{T3}}{\sum C_{T2}} \times \frac{\sum C_{T3}}{\sum \left(\frac{p_{T3}}{p_{T2}} \right) C_{T2}}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{((16/18) \times 1944) + ((20/16) \times 608)}{(1680) + (600)} \right) \times \left(\frac{(1944) + (608)}{((18/16) \times 1680) + ((16/20) \times 600)} \right)} = 1,084$$

Si on fait le calcul pour chacune des périodes, on obtient :

	T1	T2	T3	T4
Indice Laspeyres non chaîné	1,000	1,090	1,091	1,103
Indice Laspeyres chaîné	1,000	1,090	1,190	1,313
Indice Fisher non chaîné	1,000	1,088	1,084	1,095
Indice Fisher chaîné	1,000	1,088	1,179	1,291

On peut voir que l'indice de Fisher en chaîne nous donne une croissance de 17,9% entre T1 et T3, contre 19,0% pour le Laspeyres en chaîne.

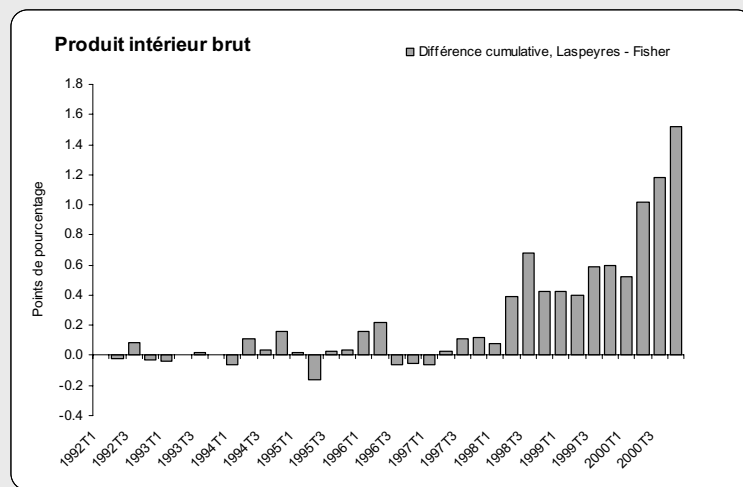
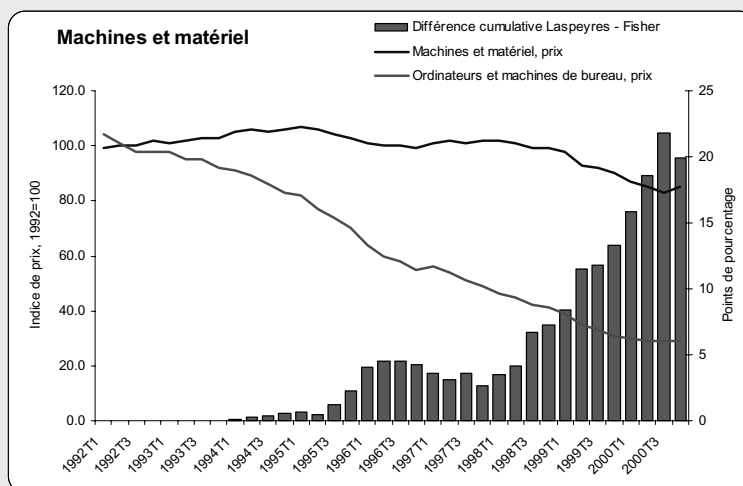
Dans les années 90, la haute technologie bouleverse la structure des prix...

Un phénomène de changement dans la structure des prix de l'économie a pu être constaté au cours des années 90, avec la forte baisse du prix du matériel informatique, dans un contexte de hausse générale des prix des autres biens. Cette « baisse » des prix était en fait constituée d'une hausse de la « qualité » : par exemple, il était possible d'obtenir à la fin de la décennie un ordinateur beaucoup plus puissant que dix ans auparavant, tout en payant le même prix sur le marché. En d'autres termes, à qualité ou capacité égale, un ordinateur coûtait beaucoup moins cher à la fin de la décennie. Alors que les prix du matériel informatique baissaient sans cesse, l'on constatait une hausse substantielle des investissements et des dépenses dans ce genre de matériel.

...et la méthode de déflation est remise en question

Dans un tel contexte, la méthodologie de type Laspeyres à base fixe telle qu'utilisée jusqu'au printemps 2001 a vite montré ses limites. Lors du calcul du PIB réel à la fin des années 90, il était devenu évident que l'impact des hautes technologies sur l'économie était surévalué, puisque les variations montrées par ces séries étaient pondérées selon leur prix beaucoup plus élevé de 1992 (l'année de base utilisée alors). Compte tenu de l'importance croissante de ce secteur dans l'économie et de la volatilité peu commune de ses prix, l'idée d'un indice à base mobile s'est rapidement imposée. À la fin des années 90, plusieurs pays à travers le monde s'étaient déjà tournés vers des indices en chaîne. Au Canada, le choix s'est porté sur la méthodologie de l'indice de Fisher en chaîne, suivant ainsi la recommandation du Système de comptabilité nationale (SCN) de 1993.

Le nouveau mode de calcul des séries réelles a eu un impact significatif sur les taux de croissance trimestriels. Pour l'agrégat machines et matériel par exemple (qui contient de l'investissement en matériel informatique), les différences cumulées des taux de croissances calculés par les indices Laspeyres à base fixe et Fisher en chaîne ont atteint plus de 20 points de pourcentage entre 1992 et 2000 (voir graphique ci-dessous). Cette différence cumulative a atteint 1,6 points de pourcentage pour le PIB au cours de la même période (voir second graphique).



4.1 Les Comptes économiques et financiers nationaux trimestriels et annuels

Les agrégats réels publiés par la Division des comptes des revenus et dépenses sont déterminés à l'aide de l'équation (10) vue ci-dessus. Pour chaque agrégat réel, un indice est calculé à partir des séries composantes, puis chaîné d'un trimestre à l'autre à la manière présentée dans les exemples 3 et 4. La série d'indices chaînés ainsi obtenue est par la suite étalonnée sur une année de référence de manière à l'exprimer en dollars. L'étalonnage consiste mettre la série d'indices chaînés à un niveau tel que, pour une année de référence donnée, elle soit égale à la série de l'agrégat correspondant en dollars courants, et ce tout en maintenant les taux de croissance intacts d'un trimestre à l'autre.

Période de référence vs. période de base

Les prix utilisés pour compiler les indices de volume sont les prix de la période de base, tandis que la période où la valeur d'une série en dollars constants est égale à la valeur de la dite série en dollars courants constitue la période de référence. Dans l'ancienne mesure du PIB réel selon la méthode de Laspeyres à base fixe, la période de référence et la période de base étaient les mêmes. Dans une mesure de volume en chaîne par contre, les deux périodes ne coïncident pas nécessairement. Par exemple, les séries du Fisher en chaîne de notre publication sont référencées en 1997 (les dollars courants égalent les dollars constants pour l'année 1997) mais la base correspond à un amalgame de la période courante et de la période qui précède immédiatement la période courante, puisqu'il s'agit d'indices en chaîne Fisher. La période de référence ne sert donc qu'à étalonner les séries et un changement de la période de référence ne modifie en aucun cas les taux de croissance des séries ou des agrégats. Le seul changement se trouve sur les niveaux, qui sont étalonnés sur une valeur différente.

Compte tenu de ce qui précède, on ne peut dire que les séries du Fisher en chaîne actuellement publiées sont « aux prix de 1997 », puisque les prix de la période de référence ne rentrent aucunement dans le calcul des trimestres précédents ou subséquents à l'année de référence. On peut cependant dire qu'il s'agit de séries exprimées en termes réels, donc soulagées des effets de prix, à un niveau tel qu'elles égalent le niveau de l'agrégat nominal pour l'année 1997. En d'autres termes, une série réelle dont l'année de référence est 1997 est l'équivalent d'une série nominale à laquelle on aurait enlevé l'effet prix depuis 1997

Le niveau de détail – ou le nombre de composantes qui entre dans chacun des agrégats – est déterminé par la disponibilité des données et par certains déterminants de la qualité générale (comme par exemple la stabilité de la saisonnalité). Au niveau national, 435 séries en dollars courants et le même nombre de séries de prix correspondants entrent dans le calcul du PIB réel selon l'indice en chaîne de Fisher. Le tableau suivant montre comment ces séries sont réparties entre les divers agrégats présentés dans le Tableau 3 de la publication *Comptes nationaux des revenus et dépenses, estimations trimestrielles* (13-001).

Aucun calcul de l'indice Fisher n'est effectué sur une base annuelle. Les agrégats réels annuels sont les moyennes simples des quatre trimestres de l'année. Ce sont là les mesures officielles du PIB national réel annuel.

4.2 Le problème de l'investissement en stocks

Pour la plupart des postes du Tableau 3 de la publication et des autres tableaux présentés en termes réels, le calcul de Fisher ne pose pas vraiment de problèmes techniques. Il en va autrement des séries de l'investissement en stocks, qui sont des séries de premières différences. Comme ces séries fluctuent autour de zéro, il arrive que les indices Laspeyres et Paasche prennent des signes opposés; le Fisher étant une moyenne géométrique de ces deux indices, il devient indéterminé.

Tableau 1 : Niveau de détail à l'échelle nationale

Dépenses personnelles en biens et services de consommation	130
Biens durables	22
Biens semi-durables	15
Biens non durables	14
Services	79
Dépenses courantes des administrations en biens et services	24
Formations brute de capital fixe des administrations publiques	14
Investissement des administrations publiques en stocks	1
Formation brute de capital fixe des entreprises	18
Bâtiments résidentiels	4
Ouvrages non résidentiels et équipement	14
Ouvrages non résidentiels	4
Machines et matériel	10
Investissement des entreprises en stocks	110
Non agricoles	76
Agricultures	34
Exportations de biens et services	69
Biens	64
Services	5
Importations de biens et services	68
Biens	63
Services	5
Divergence statistique	1
Produit intérieur brut aux prix du marché	435
Demande intérieure finale	186

Les séries réelles de l'investissement en stocks publiées par la DCRD ne sont pas le résultat de calculs directs de l'indice Fisher en chaîne tels que présentés ci-dessus, mais plutôt une approximation. L'approche utilisée par la DCRD se base sur le fait qu'un investissement en stocks représente en fait la variation d'un stock total, qui lui est toujours positif. En principe, un indice Fisher peut donc être calculé sur les séries de stocks total. Une fois cet indice étalonné sur la valeur en dollars d'une période de référence, on peut supposer que les premières différences de cette série en dollars représentent une approximation de la série réelle de l'investissement en stocks.

Si une telle méthode est aisément applicable au seul calcul de l'investissement réel en stocks, elle est toutefois inutilisable comme tel dans cadre du calcul du PIB réel. En effet, le calcul du PIB réel doit se faire avec des séries d'investissement en stock, et non avec des séries de stock total. Pour contourner ce problème, la DCRD utilise deux séries de stocks total plutôt qu'une pour chaque série d'investissement en stocks : une première série, au signe positif, du stock total à la période courante, et seconde série, au signe négatif, du stock total à la période précédente. Cette dernière série est en fait une série de stock total déphasée d'une période. En tout temps t , la différence entre ces deux séries correspond à l'investissement en stock au cours de cette même période. En remplaçant dans le PIB chaque série d'investissement en stock par ces deux séries de stocks total, l'une positive et l'autre négative et déphasée, on peut alors calculer le PIB réel à l'aide de la formule de l'indice en chaîne Fisher. Les prix des séries de stocks total sont ceux de l'investissement en stocks.

Le calcul des séries réelles de l'investissement en stock fait appel aux mêmes séries de stock total. Pour chaque agrégat d'investissement en stocks, un indice en chaîne Fisher est obtenu des séries du stock total à la période courante et un autre des séries du stock total déphasé. Une fois étalonnées à la période de référence, ces séries Fisher de stock total peuvent être soustraites l'une de l'autre pour simuler une série réelle Fisher de l'investissement en stocks. C'est de cette façon que sont calculés les agrégats réels de l'investissement des entreprises en stocks publiés par la Division des comptes des revenus et dépenses.

Cette méthodologie de calcul de l'investissement en stocks explique le fait que, dans le Tableau 1, on voit 110 séries de stocks impliquées dans le calcul du Fisher, dont 76 non agricoles et 34 agricoles (alors qu'en fait, on compte 55 séries d'investissement en stocks publiées en dollars courants, dont 38 non agricoles et 17 agricoles).

4.3 Les comptes provinciaux

À l'échelle provinciale, les calculs des données réelles sont effectués de la même façon qu'au niveau national, à la différence près qu'ils sont faits sur une base annuelle. L'investissement en stock est calculé selon la méthode décrite ci-dessus, sur une base annuelle, avec des prix moyens pour l'année.

Le niveau de détail des comptes provinciaux diffère de celui des comptes nationaux trimestriels. Pour chaque province, 502 séries entrent dans le calcul du PIB réel. Le Tableau 2 ci-contre montre la répartition de ces séries à travers les postes du Tableau 3 de la publication *Comptes économiques provinciaux* (13-213). On notera que cette répartition diffère quelque peu de la structure nationale, en raison de la disponibilité et de la qualité différentes des données provinciales.

Tableau 2 : Niveau de détail à l'échelle provinciale

Dépenses personnelles en biens et services de consommation	130
Biens durables	22
Biens semi-durables	15
Biens non durables	14
Services	79
Dépenses courantes nettes des administrations en biens et services	24
Formations brute de capital fixe des administrations publiques	3
Structures	2
Machines et matériel	1
Investissement des administrations publiques en stocks	1
Formation brute de capital fixe des entreprises	5
Bâtiments résidentiels	3
Ouvrages non résidentiels	1
Machines et matériel	1
Investissement des entreprises en stocks	110
Non agricoles	76
Agricultures	34
Exportations de biens et services	114
Exportations aux autres pays	57
Exportations aux autres provinces	57
Importations de biens et services	114
Importations des autres pays	57
Importations des autres provinces	57
Divergence statistique	1
Produit intérieur brut aux prix du marché	502
Demande intérieure finale	162

Sources de biais entre les systèmes national et provincial

Les systèmes national et provincial sont additivement cohérents lorsqu'exprimés en valeur nominale. En termes réels cependant, les propriétés de l'indice en chaîne de Fisher font en sorte que cette cohérence ne peut plus être assurée.

En premier lieu, les séries réelles basées sur un calcul de Fisher en chaîne sont non additives. Cela signifie d'abord que pour chaque province ainsi que pour le Canada, la somme des agrégats n'égalera pas l'agrégat principal (par exemple, la somme des agrégats du tableau 3 de notre publication n'égalera pas le PIB). Autre conséquence de cette non-additivité : pour chaque agrégat, la somme des provinces n'égalera pas le niveau national (par exemple, la somme des dépenses en biens de services de consommation de toutes les provinces n'égalera pas les dépenses nationales en biens de services de consommation).

Deuxièmement, les séries réelles sont calculées différemment au niveau national et provincial. Alors que les séries annuelles nationales représentent une moyenne des trimestres, les séries annuelles provinciales représentent un indice en chaîne de Fisher calculé sur l'année. Or, ces deux façons de calculer mènent à des résultats différents.

Troisièmement, il y a théoriquement deux façons de calculer les séries réelles au niveau national. Les indices Fisher peuvent être calculés avec les séries nationales (celles-ci étant la somme des séries provinciales), ou être calculés directement avec les séries provinciales. Comme le Fisher est un indice sensible au nombre de séries impliquées dans le calcul, les deux calculs n'aboutissent pas exactement au même résultat.

Enfin, le niveau de détail est différent entre le calcul national et le calcul provincial (respectivement 435 et 502 séries). Comme le Fisher est un indice sensible au nombre de séries impliquées dans le calcul, cela conduit à un biais inévitable entre les calculs national et provincial.

Pour ces raisons, il est peu probable que les séries provinciales du PIB en termes réels, soient additivement cohérentes aux séries nationales.

5.0 Le problème de la non-additivité

Les séries de Fisher en chaîne publiées par les Comptes des revenus et dépenses ne sont pas additives, et ce problème s'accroît à mesure que l'on s'éloigne de la période de référence. La non-additivité des séries réelles provient à la fois de l'enchaînement, qui a pour effet de détruire la cohérence additive des équations comptables, et de la formule de Fisher elle-même, qui n'est pas dotée de la propriété d'additivité contrairement à la formule de Laspeyres.

Le fait que les séries réelles des Comptes n'ont pas de cohérence additive rend leur manipulation plus complexe qu'elle ne l'était à l'époque où les calculs étaient basés sur un indice de Laspeyres. Par exemple, il devient difficile de mesurer la contribution d'un agrégat ou d'un secteur à un ensemble plus vaste, sachant que la somme des agrégats n'équivaut pas au total. Aussi, il devient téméraire de recréer des agrégats à partir de d'autres agrégats.

Il existe plusieurs pistes de solution pour parer à ces problèmes. Pour certaines analyses sommaires, les données en dollars courants peuvent être suffisantes et même souhaitables car elles reflètent la structure de l'économie aux prix actuels. Cela est particulièrement vrai si les agrégats étudiés n'affichent pas de grandes variations de prix ou si ces variations sont assez uniformes.

Pour qui veut s'en tenir aux données réelles et veut recréer des agrégations, une solution se trouve dans le calcul d'indices Fisher à partir des données Fisher existantes. Diewert (1978) a montré que le Fisher était approximativement cohérent, et qu'ainsi il était possible de calculer des indices Fisher à partir d'agrégats déjà en Fisher, ce qu'il a appelé un « Fisher de Fishers ». Cette solution donne une approximation valable en autant que les agrégats entrant dans le calcul soient relativement consistants au niveau des prix (ce calcul est à proscrire, par exemple, s'il implique des séries d'investissement en stocks).

Une solution plus « structurelle » consiste à jouer avec la fréquence de l'étalonnage. Comme l'additivité décroît à mesure que l'on s'éloigne de l'année de référence, réétalonner les séries de manière à rapprocher la période de référence peut aider à atténuer une partie du problème, sans toutefois rendre l'ensemble strictement additif. Il faut noter que dans le cas de données réelles basées sur des calculs d'indice en chaîne de Fisher, un changement de période de référence n'affecte aucunement les taux de croissance des séries réelles.

À défaut de pouvoir rendre additifs les niveaux, la DCRD propose, à l'instar du *Bureau of Economic Analysis* des États-Unis, une décomposition strictement additive des variations des agrégats pour les tableaux publiés des données réelles. La formule utilisée vise à repondérer les contributions des séries de manière à ce qu'elles deviennent strictement additives à la variation totale de l'agrégat :

$$(11) \quad \Delta\%_{i,t-1/t} = 100 \times \frac{(p_{t-1}^i + P_t^i / FP_t) \times (q_t^i - q_{t-1}^i)}{\sum_i (p_{t-1}^i + P_t^i / FP_t) \times q_{t-1}^i}$$

ou, dans une forme qui s'applique aux séries nominales et aux prix,

$$(11a) \quad \Delta\%_{i,t-1/t} = 100 \times \frac{\left(\frac{\sum_i C_t}{\sum_i C_{t-1}} \right) \times \left(C_t \left(\frac{p_{t-1}^i}{p_t^i} \right) - C_{t-1} \right) + FV_t \left(C_t - C_{t-1} \left(\frac{p_t^i}{p_{t-1}^i} \right) \right)}{\sum_i C_t + FV_t \sum_i C_{t-1} \left(\frac{p_t^i}{p_{t-1}^i} \right)}$$

Cette formule est à l'origine des séries de contribution à la variation en pourcentage publiées par le Système des comptes nationaux. Une démonstration mathématique détaillée est disponible à l'Annexe II.

La contribution d'une série à la variation du PIB

La contribution d'un agrégat à la variation en pourcentage du PIB en termes réels est présentée dans le Tableau 4 de la publication trimestrielle (13-001). Des tableaux de contribution à la variation sont également comptabilisés pour divers grands agrégats (voir Tableaux 18, 21, 24 et 27 de la même publication).

Chacun de ces tableaux reprend la maquette du tableau des données réelles correspondantes. À la place des données réelles, on y trouve les contributions à la variation en pourcentage de l'agrégat de référence, mentionné dans le titre du tableau. Par exemple, le Tableau 4 de notre publication trimestrielle reprend la maquette du Tableau 3, et montre les contributions des agrégats du Tableau 3 à la variation en pourcentage du PIB réel. Ces contributions ne sont pas présentées en proportion, mais directement en points de pourcentage : par exemple, une contribution de l'agrégat des dépenses personnelles de consommation de 0,453 à une variation du PIB de 1,473% signifie que 0,453 points de pourcentage sur les 1,473 sont attribuables aux dépenses personnelles de consommation.

La formule de contribution à la variation en pourcentage exposée ci-dessus ne tient que pour une seule période. Pour utiliser la même formule sur une plus longue période de temps, il faut produire une valeur Fisher non chaînée, dont les bases de pondération correspondent aux périodes pour lesquelles on veut faire l'analyse. Par exemple, pour analyser la progression des biens de consommation durables entre le quatrième trimestre de 1996 et le quatrième trimestre de 2000, on peut calculer un indice Fisher dont la pondération est explicitement fonction des prix du quatrième trimestre de 1996 et du quatrième trimestre de 2000. Il s'agit, en quelque sorte, d'un indice Fisher à base fixe. Une fois cet indice calculé, la formule de contribution à la variation en pourcentage peut être directement utilisée.

De tels calculs pourront être effectués par les utilisateurs eux-mêmes, dans la mesure où ils auront à leur disposition toutes les séries comprises dans l'agrégat. Dans le cas contraire, ils peuvent être effectués sur demande par Statistique Canada.

Annexe I

Transformation des indices de Laspeyres et Paasche

L'indice de volume de Laspeyres

L'indice le plus connu est l'indice de volume de Laspeyres, où les prix d'une année de base préalablement choisie servent de pondération.

$$(1) LQ_{t/o} = \frac{\sum p_o q_t}{\sum p_o q_o} \quad \text{ou, dans une version pouvant être chaînée:} \quad (2) LQ_{t/t-1} = \frac{\sum p_{t-1} q_t}{\sum p_{t-1} q_{t-1}}$$

où: LQ est l'indice de quantité de Laspeyres à la période t par rapport à la période o
 p représente les séries des prix
 q représente les séries des quantités

En utilisant la relation $C = pq$ (la valeur égale le prix multiplié par la quantité), l'équation (2) peut être représentée sous une forme plus fonctionnelle :

$$(3) LQ_{t/t-1} = \frac{\sum p_{t-1} \left(\frac{p_t}{p_t} \right) q_t}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} \quad \Rightarrow \quad (4) LQ_{t/t-1} = \frac{\sum \left(\frac{p_{t-1}}{p_t} \right) p_t q_t}{\sum p_{t-1} q_{t-1}}$$

et:

$$(5) LV_{t/t-1} = \frac{\sum \left(\frac{p_{t-1}}{p_t} \right) C_t}{\sum C_{t-1}}$$

L'indice de volume de Paasche

Plutôt que de se référer à une période antérieure, un indice de volume peut être basé sur les prix de la période courante. Il s'agit alors d'un indice de type Paasche:

$$(6) PQ_{t/o} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_o} \quad \text{ou, dans une version pouvant être chaînée:} \quad (7) PQ_{t/t-1} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_{t-1}}$$

En opérant une substitution identique à celle effectuée sur l'indice de Laspeyres, on obtient:

$$(8) PQ_{t/t-1} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t \left(\frac{p_{t-1}}{p_{t-1}} \right) q_{t-1}} \quad \Rightarrow \quad (9) PQ_{t/t-1} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum \left(\frac{p_t}{p_{t-1}} \right) p_{t-1} q_{t-1}}$$

et:

$$(10) PV_{t/t-1} = \frac{\sum C_t}{\sum \left(\frac{p_t}{p_{t-1}} \right) C_{t-1}}$$

Annexe II

Formule de contribution à la variation en pourcentage

L'approche axiomatique suggérée par Yuri Dikhanov (1997) et Christian Ehemann (1997) du *Bureau of Economic Analysis* se fonde sur le fait qu'un indice de volume de Fisher est une moyenne d'un indice de Laspeyres, qui évalue la variation d'une quantité d'une composante i au prix p_o , et d'un indice de Paasche, qui évalue la variation de volume de la même composante au prix p_1 . Une décomposition additive d'un indice de Fisher qui utiliserait une moyenne pondérée des prix p_o et p_1 pour évaluer la variation de volume de la composante i est donc justifiée. De manière générale, une telle décomposition peut prendre la forme suivante:

$$G(t) = \frac{\sum_i (p_{t-1}^i + \lambda p_t^i) \times q_t^i}{\sum_i (p_{t-1}^i + \lambda p_t^i) \times q_{t-1}^i}$$

où $G(t)$ représente un indice quelconque. La solution pour λ se déduit de la façon suivante:

$$(1.a) \quad G(t) = \frac{\sum_i p_{t-1}^i q_t^i + \lambda \sum_i p_t^i q_t^i}{\sum_i p_{t-1}^i q_{t-1}^i + \lambda \sum_i p_t^i q_{t-1}^i}$$

$$(1.b) \quad \Rightarrow \quad G(t) (\sum_i p_{t-1}^i q_{t-1}^i + \lambda \sum_i p_t^i q_{t-1}^i) = \sum_i p_{t-1}^i q_t^i + \lambda \sum_i p_t^i q_t^i$$

$$(1.c) \quad \Rightarrow \quad G(t) \sum_i p_{t-1}^i q_{t-1}^i + \lambda G(t) \sum_i p_t^i q_{t-1}^i = \sum_i p_{t-1}^i q_t^i + \lambda \sum_i p_t^i q_t^i$$

$$(1.d) \quad \Rightarrow \quad \lambda G(t) \sum_i p_t^i q_{t-1}^i - \lambda \sum_i p_t^i q_t^i = \sum_i p_{t-1}^i q_t^i - G(t) \sum_i p_{t-1}^i q_{t-1}^i$$

donc:

$$(2) \quad \lambda = \frac{\sum_i p_{t-1}^i q_t^i - G(t) \sum_i p_{t-1}^i q_{t-1}^i}{G(t) \sum_i p_t^i q_{t-1}^i - \sum_i p_t^i q_t^i}$$

Dans le cas où $G(t)$ serait donné par un indice de Laspeyres, on aurait:

$$(2.a) \quad \lambda = \frac{\sum_i p_{t-1}^i q_t^i - \frac{\sum_i p_{t-1}^i q_t^i}{\sum_i p_{t-1}^i q_{t-1}^i} \sum_i p_{t-1}^i q_{t-1}^i}{\frac{\sum_i p_{t-1}^i q_t^i}{\sum_i p_{t-1}^i q_{t-1}^i} \sum_i p_t^i q_{t-1}^i - \sum_i p_t^i q_t^i}$$

ce qui conduit immédiatement à $\lambda = 0$.

Ainsi, pour le cas d'un indice de Laspeyres, la contribution $\% \Delta_{i,t-1/t}$ est donnée par (en retranchant 1 et en multipliant par 100 l'équation (1)):

$$(3) \quad \% \Delta_{i,t-1/t} = 100 \times \frac{p_{t-1}^i (q_t^i - q_{t-1}^i)}{\sum_i p_{t-1}^i q_{t-1}^i}$$

ce qui nous ramène à l'équation (3) du texte. Ce résultat est compréhensible vu la consistance additive de l'indice de Laspeyres.

Dans le cas où $G(t)$ est donné par un indice de Fisher, on a:

$$(2.b) \quad \lambda = \frac{\sum_i p_{t-1}^i q_t^i - FV_t \sum_i p_{t-1}^i q_{t-1}^i}{FV_t \sum_i p_t^i q_{t-1}^i - \sum_i p_t^i q_t^i}$$

où FV_t est l'indice de volume de Fisher au temps t . En divisant le numérateur et le dénominateur par $\sum_i p_t^i q_t^i$, on obtient:

$$(2.c) \quad \lambda = \frac{\frac{\sum_i p_{t-1}^i q_t^i}{\sum_i p_t^i q_t^i} - FV_t \frac{\sum_i p_{t-1}^i q_{t-1}^i}{\sum_i p_t^i q_t^i}}{FV_t \frac{\sum_i p_t^i q_{t-1}^i}{\sum_i p_t^i q_t^i} - 1}$$

ou:

$$(2.c') \quad \lambda = \frac{1 - \frac{FV_t}{PP_t}}{\frac{FV_t}{PV_t} - 1}$$

où PP_t est l'indice de prix de Paasche au temps t , et FP_t est l'indice de prix de Fisher au temps t . Si on multiplie (2.c') par FP_t au numérateur et au dénominateur, on obtient:

$$(2.d) \quad \lambda = \frac{\frac{FP_t}{PP_t} - 1}{LP_t - FP_t}$$

qui, multiplié par PP_t au numérateur et au dénominateur, devient:

$$(2.e) \quad \lambda = \frac{\frac{PP_t FP_t}{PP_t} - PP_t}{PP_t LP_t - PP_t FP_t}$$

en réduisant et utilisant l'équivalence $PP_t LP_t = FP_t^2$, on obtient:

$$(2.f) \quad \lambda = \frac{FP_t - PP_t}{FP_t(FP_t - PP_t)} = \frac{1}{FP_t}$$

L'équation (1) devient alors:

$$(4) \quad FV_t = \frac{\sum_i (p_{t-1}^i + p_t^i / FP_t) \times q_t^i}{\sum_i (p_{t-1}^i + p_t^i / FP_t) \times q_{t-1}^i}$$

Pour obtenir la contribution d'une seule composante à la croissance en pourcentage de l'agrégat, on pose FV_{t-1} et on multiplie par 100:

$$(4.a) \quad \Delta\%_{i,t-1/t} = 100 \times \frac{(p_{t-1}^i + p_t^i / FP_t) \times (q_t^i - q_{t-1}^i)}{\sum_i (p_{t-1}^i + p_t^i / FP_t) \times q_{t-1}^i}$$

Cette équation est parfois difficile à opérationnaliser, étant donné qu'elle est exprimée en termes de prix et quantités. Pour une version exprimée en termes de valeurs en dollars courants et de prix (telle qu'utilisée par la DCRD), on peut multiplier le numérateur et le dénominateur par $FV_t FP_t$:

$$(4.b) \quad \Delta\%_{i,t-1/t} = 100 \times \frac{FV_t FP_t (p_{t-1}^i q_t^i + p_t^i q_t^i / FP_t - p_{t-1}^i q_{t-1}^i - p_t^i q_{t-1}^i / FP_t)}{FV_t FP_t \sum_i p_{t-1}^i q_{t-1}^i + FV_t FP_t \sum_i p_t^i q_{t-1}^i / FP_t}$$

ou:

$$(4.c) \quad \Delta\%_{i,t-1/t} = 100 \times \frac{\left(\frac{\sum_i C_t}{\sum_i C_{t-1}} \right) p_{t-1}^i q_t^i + FV_t C_t^i - \left(\frac{\sum_i C_t}{\sum_i C_{t-1}} \right) C_{t-1}^i - FV_t p_t^i q_{t-1}^i}{\sum_i C_t + FV_t \sum_i p_t^i q_{t-1}^i}$$

en regroupant les sommes des valeurs en dollars courants:

$$(5) \quad \Delta\%_{i,t-1/t} = 100 \times \frac{\left(\frac{\sum_i C_t}{\sum_i C_{t-1}} \right) \times \left(C_t^i \left(\frac{p_{t-1}^i}{p_t^i} \right) - C_{t-1}^i \right) + FV_t \left(C_t^i - C_{t-1}^i \left(\frac{p_t^i}{p_{t-1}^i} \right) \right)}{\sum_i C_t + FV_t \sum_i C_{t-1} \left(\frac{p_t^i}{p_{t-1}^i} \right)}$$

Bibliographie

- Berthier, J.P. (2002), **Réflexions sur les différentes notions de volume dans les comptes nationaux**, Direction des études et synthèses économique, Institut national de la statistique et des études économiques.
- Bureau of Economic Analysis (1998), **Updated Summary NIPA Methodologies**, Survey of Current Business.
- Bureau of Economic Analysis (1998), **National Income and Product Accounts 1929-94 - vol.1, definitions and classifications**.
- Diewert, W.E. (1978), **Superlative Index Numbers and Consistency in Aggregation**, *Econometrica*, Vol. 46 no. 4.
- Diewert, W.E. (1995), **Price and Volume Measures in the System of National Accounts**, Discussion paper no. 95-02, Department of Economics, University of British Columbia.
- Eurostat (2001), **Handbook on price and volume measures in national accounts**, Methods and Nomenclatures.
- Groupe de travail intersecrétariats sur la comptabilité nationale (1993), **Système de comptabilité nationale 1993**, avec la participation de : Commission des Communauté européennes, Fonds monétaire international, Organisation de coopération et de développement économiques, Nations Unies, Banque mondiale.
- Jackson, C. (1996), **L'effet du changement d'année de base sur le PIB**, Série technique no. 35, Statistique Canada, Division des Comptes des revenus et dépenses.
- Kemp, K. et Smith, P. (1988), **Les indices de prix Paasche, Laspeyres et en chaîne dans les Comptes des revenus et dépenses**, Série technique no. 1, Statistique Canada, Division des Comptes des revenus et dépenses.
- Landefeld, J.S. et Parker, R.P. (1997), **BEA's Chain Indexes, Time Series, and Measures of Long-Term Economic Growth**, Survey of Current Business, Bureau of Economic Analysis.
- Landefeld, J.S. et Parker, R.P. (1995), **Preview of the Comprehensive Revision of the National Income and Product Accounts: - BEA's New Featured Measures of Output and Prices**, Survey of Current Business, Bureau of Economic Analysis.
- Marshall, B.R., Diewert, W.E. et Ehemann, C. (2000), **Additive Decompositions for Fisher, Törnqvist and Geometric Mean Indexes**, Discussion Paper no. 01-01, Department of Economics, University of British Columbia.
- McLennan, W. (1998), **Introduction of Chain Volume Measures in the Australian National Accounts**, Information paper 5248.0, Australian Bureau of Statistics.
- Moulton, B.R., Parker, R.P. et Seskin, E.P. (1999), **A Preview of the 1999 Comprehensive Revision of the National Income and Product Accounts - Definitional and Classificational Changes**, Survey of Current Business, Bureau of Economic Analysis.
- Moulton, B. R. et Seskin, E.P. (1999), **A Preview of the 1999 Comprehensive Revision of the National Income and Product Accounts - Statistical Changes**, Survey of Current Business, Bureau of Economic Analysis.
- Moulton, B.R. et Sullivan, D.F. (1999), **A Preview of the 1999 Comprehensive Revision of the National Income and Product Accounts - New and Redesigned Tables**, Survey of Current Business, Bureau of Economic Analysis.
- Rossiter, R.D. (2000), **Fisher Ideal Indexes in the National Income and Products Accounts**, *Journal of Economic Education*, Fall 2000.
- Saulnier, M. (1990), **Produit intérieur brut en termes réels: sensibilité au choix de l'année de base**, Série technique no. 6, Statistique Canada, Division des Comptes des revenus et dépenses.
- Seskin, E.P. (1999), **Improved Estimates of the National Income and Product Accounts for 1959-98 - Results of the Comprehensive Revision**, Survey of Current Business, Bureau of Economic Analysis.
- Triplett, J.E. (1992), **Economic Theory and BEA's Alternative Quantity and Price Indexes**, Survey of Current Business, Bureau of Economic Analysis.
- Varvares, C., Prakken, J. et Guirl, L. (1997), **Macro Modeling with Chain-type GDP**, Macroeconomic Advisers, LLC.
- Whelan, K. (2002), **A Guide to U.S. Chained Aggregated NIPA Data**, *Review of Income and Wealth*, Series 48, no. 2.
- Wilson, K. (1991), **L'introduction des indices de volume en chaîne dans les Comptes des revenus et dépenses**, Série technique no. 14, Statistique Canada, Division des Comptes des revenus et dépenses.
- Young, A.H. (1993), **Alternate Measures of Change in Real Output and Prices, Quarterly Estimates for 1959-92**, Survey of Current Business, Bureau of Economic Analysis.
- Young, A.H. (1992), **Alternate Measures of Change in Real Output and Prices**, Survey of Current Business, Bureau of Economic Analysis.

Documents de la réunion annuelle du comité d'experts en comptabilité nationale de l'OCDE :

Septembre 2000, **U.S. National Income and Products Accounts: Annual and quarterly chain measures of quantity and prices**, Bureau of Economic Analysis, U.S. Department of Commerce.

Septembre 2000, **The Chain Index for GDP Volume Measures: the Italian Experience**, ISTAT – ITALY.

Septembre 2000, **Consistent Aggregation and Chaining of Price and Quantity Measures**, University of Munich, Germany.

Septembre 2000, **Chain Volumes Based on the Hillinger Aggregation Method**, National Accounts - OECD, France.

Septembre 2000, **How the Chain-Additivity Issue is Treated in the U.S. Economic Accounts**, Bureau of Economic Analysis, U.S. Department of Commerce.

Septembre 1998, **Quarterly Chain Series**, Statistics Netherlands.

Septembre 1998, **Introduction of chain volume measures - the Australian experience**, Australian Bureau of Statistics.

Série technique

La Division des comptes des revenus et dépenses (DCRD) offre des tirés à part d'articles techniques, que l'utilisateur peut obtenir sans frais. Voici la liste des tirés à part disponibles. Pour obtenir des copies, vous pouvez communiquer avec la responsable des services aux clients au 613-951-3810 ou vous pouvez écrire à DCRD, Statistique Canada, 21^e étage, édifice R.H. Coats, Tunney's Pasture, Ottawa, Ontario, K1A 0T6. (Internet: iead-into-dcrd@statcan.ca)

1. «Les indices de prix Laspeyres, Paasche et en chaîne dans les comptes des revenus et dépenses», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, quatrième trimestre 1988.
2. «Document technique sur le traitement de la production de céréales dans les comptes trimestriels des revenus et dépenses», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, premier trimestre 1989.
3. «Révision des données de la période 1985-1988 dans les comptes nationaux des revenus et dépenses», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, premier trimestre 1989.
4. «Incorporation dans les comptes des revenus et dépenses d'une décomposition de (investissement en machines et matériel)», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, troisième trimestre 1989.
5. «Les nouvelles estimations provinciales de la demande intérieure finale en prix constants», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, quatrième trimestre 1989.
6. «Produit intérieur brut en termes réels. sensibilité au choix de l'année de base», tiré à part de **L'Observateur économique canadien**, mai 1990.
7. «Révisions des données de la période 1986-1989 dans les comptes nationaux des revenus et dépenses», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, premier trimestre 1990.
8. «Les indices de volume dans les comptes des revenus et dépenses», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, premier trimestre 1990.
9. «Un nouvel indicateur des tendances de l'inflation par les salaires», tiré à part de **L'Observateur économique canadien**, septembre 1989.
10. «Tendances récentes des salaires», tiré à part de **L'Emploi et le revenu en perspective**, hiver 1990.
11. «Le système de comptabilité nationale du Canada et le système de comptabilité nationale des Nations Unies», tiré à part de **comptes nationaux des revenus et dépenses**, troisième trimestre 1990.
12. «La répartition des impôts indirects et des subventions aux composantes de la dépense finale», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, troisième trimestre 1990.
13. «Le traitement de la TPS dans les comptes des revenus et dépenses», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, premier trimestre 1991.
14. «L'introduction des indices de volume en chaîne dans les comptes des revenus et dépenses», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, premier trimestre 1991.
15. «Révisions des données de la période 1987-1990 dans les comptes nationaux des revenus et dépenses», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, deuxième trimestre 1991.
16. «Estimations en volume du commerce international des services commerciaux», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, troisième trimestre 1991.
17. «Le défi de la mesure dans les comptes nationaux», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, quatrième trimestre 1991.
18. «Étude sur le flux des services de consommation générés par le stock de biens de consommation», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, quatrième trimestre 1991.
19. «La valeur du travail ménager au Canada. 1986», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, premier trimestre 1992.
20. «Révisions des données de la période 1988-1991 dans les comptes nationaux des revenus et dépenses», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, estimations annuelles. 1980-1991.
21. «Achats outre-frontière - Tendances et mesure», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, troisième trimestre 1992.
22. «Comment lire» les statistiques produites par le gouvernement: un guide pratique», tiré à part de **Options Politiques**, vol. 14, n° 3, avril 1993.

23. «L'Actualité des comptes des revenus et dépenses trimestriels: une comparaison à l'échelle internationale», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, premier trimestre 1993.
24. «Comptes nationaux des revenus et dépenses: Estimations révisées pour la période de 1989 à 1992», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, estimations annuelles, 1981-1992.
25. «Comparaisons internationales des quantités et des prix: parités de pouvoir d'achat et dépenses réelles, Canada et États-Unis», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, estimations annuelles, 1981-1992.
26. «La ventilation par secteur du PIB au coût des facteurs», tiré à part de **comptes nationaux des revenus et dépenses**, troisième trimestre 1993
27. «La valeur du travail ménager au Canada, 1992», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, quatrième trimestre 1993.
28. «Évaluation de la dimension de l'économie souterraine: le point de vue de Statistique Canada», tiré à part de **L'Observateur économique canadien**, mai 1994.
29. «Comptes nationaux des revenus et dépenses: Estimations révisées pour la période de 1990 à 1993», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, premier trimestre 1994.
30. «Rapport d'étape: élément environnemental des comptes nationaux du Canada», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, estimations annuelles, 1982-1993.
31. «Le Compte satellite du tourisme», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, deuxième trimestre 1994.
32. «Le système international de comptabilité nationale de 1993: son application au Canada», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, troisième trimestre 1994.
33. «La révision de 1995 des Comptes économiques et financiers nationaux», tiré à part de **Comptes économiques et financiers nationaux**, premier trimestre 1995.
34. «Une introduction aux produits financiers dérivés», tiré à part de **Comptes économiques et financiers nationaux**, premier trimestre 1995.
35. «L'effet du changement d'année de base sur le PIB», tiré à part de **Comptes économiques et financiers nationaux**, deuxième trimestre 1996.
36. «Parités de pouvoir d'achat et dépenses réelles, États-Unis et Canada: mise à jour jusqu'à 1998», tiré à part de **Comptes nationaux des revenus et dépenses**, troisième trimestre 1999.
37. «Capitalisation des logiciels dans la comptabilité nationale», **Comptes économiques et financiers nationaux**, Février 2002.
38. «Compte satellite provincial et territorial du tourisme pour le Canada, 1996», **Comptes économiques et financiers nationaux**, Avril 2002.
39. «Parités de pouvoir d'achat et dépenses réelles, États-Unis et Canada», **Comptes économiques et financiers nationaux**, Juin 2002.
40. «Compte satellite provincial et territorial du tourisme pour le Canada, 1998», **Comptes économiques et financiers nationaux**, Juin 2003.
41. «Recettes des administrations publiques attribuables au tourisme», **Comptes économiques et financiers nationaux**, Septembre 2003.
42. «Méthodologie de l'indice de volume en chaîne Fisher», **Comptes économiques et financiers nationaux**, Novembre 2003.